

БИОЛОГО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАБОЛЕВАНИЯ РАСТЕНИЙ

Шамилев Саидбек Руманович, кандидат экономических наук, директор ООО «ИД Интернаука»

Аннотация.

Построение работающих моделей АПК, например, прогноза урожая сельскохозяйственной культуры зависит от многих взаимодействующих и взаимосвязанных факторов. Как правило, плохо формализуемых, плохо структурируемых. При большом разнообразии разнородных данных [1]. Согласно системному анализу такие системы относятся к открытым системам. Для получения заданного (максимально возможного, экологически рационального) урожая, наряду с выработкой оптимальных управляющих воздействий, необходимо достаточно точно прогнозировать наличие и время появления сельскохозяйственных вредителей, чтобы на такой основе выработать соответствующие рекомендации для предотвращения потери урожая.

Задача формализации формирования урожая относится к классу задач, трудно поддающихся релевантному математическому описанию [2-4]. Известно, что процесс формирования урожая протекает в течение вегетационного периода и взаимодействует с факторами в системе «почва–растение–атмосфера». При моделировании урожая культуры процесс роста рассматривается как динамический и сложный процесс. Рост и развитие сельхозкультуры происходит по фазам. Каждая последующая фаза зависит от предыдущей и условий внешней среды (эффективных температур и влажности воздуха, температур поверхности и на глубине почвы и др.), а также от агрометеорологических приемов, складывающейся ситуации на полях [5]. При накоплении и анализе материалов для выстраивания стратегии исследования и интегрирования моделей, достаточно применять простые и гибкие формальные структуры, описания, гипотезы.

Заболевания растений могут вызываться разными возбудителями: грибами, вирусами, бактериями, неблагоприятными условиями среды. К распространенным заболеваниям относится возникновение гнили и новообразования на корнеплодах. Гниль вызывают грибы, бактерии, образование опухолей туберкулезного и ракового характера – одно из проявлений бактериоза растения. Особенность заболевания растения – наличие патологического процесса, сопровождаемого изменениями в области обмена веществ и физиолого-биохимических процессов.

Важно моделирование заболеваний культур и для производства зерна – традиционно ключевой сельскохозяйственной задачи России. Остра проблема снижения потерь от болезней для зерновых (в 1994-2008 гг. зерновые потери от фитопатогенов – не менее 230 млн. т.).

*Выявляются повсеместно малоизвестные болезни, например, белосоломенная гниль пшеницы (*Gibellinacerealis*), ее желтой пятнистости, пиренофороза (*Pyrenophoratrifici-repentis*). Расширяется постепенно ареал теплолюбивых грибов фитопатогенных, изменилось фитосанитарное состояние систем «растение-хозяин», недостаточно эффективны защитные мероприятия при изменении климата.*

Моделирование требует соответствующей технологической и информационной поддержки. С помощью ГИС-технологий можно осуществлять прогнозирование (моделирование) территории распространения (развития) заболевания культур, особенно, озимой пшеницы, картофеля.

В работе рассматриваются три различные модели систем типа «вредитель – растение», обобщенная модель и алгоритмы (программы) моделирования по ним. Проведены численные эксперименты.

Ключевые слова: математическое, компьютерное, моделирование, модель, растение, культура, сельскохозяйственная, развитие, болезнь, заболевание, прогноз, урожай, задача, Стефана, эмпирическая, вредитель

BIOLOGICAL, MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELING OF A DISEASE OF AGRICULTURAL CULTURE

Shamilev Saidbek Rumanovich, Candidate of Economic Sciences, Director of ID Internauka LLC

Annotation.

Problem of formalization of process of formation of a harvest - an important task. Process of growth is considered as difficult dynamic process. Diseases of plants can be caused by different activators. Feature of a disease of an agricultural culture – existence of pathological process therefore the area of thermophilic fungi extends.

In work three various models of systems like "wrecker – a plant", the generalized model and algorithms (programs) of modeling are considered.

Keywords: *mathematical, computer, modeling, model, plant, culture, agricultural, development, disease, forecast, harvest, task, Stephana, empirical*

Модель заболевания инфекционной болезнью корнеплода

Пусть корнеплод поражается возбудителем некоторой болезни. Можно выделить две фазы (области, как в задаче Стефана [6]). Первая фаза – здоровые клетки, вторая – пораженные, мертвые, очаги инфекции, в частности, очаги выделений паразитом ферментов. Болезнетворный фактор диффундирует (внедряется) в здоровое тело корнеплода, состояние корнеплода описывается уравнением диффузии относительно концентрации $u(x, y, z, t)$ пораженных клеток в единице объема в данный момент времени.

Если корнеплод имеет сферическую форму и его поражение начинается из центра, например, как при образовании кольцевой гнили картофеля (возбудитель – бактерия), то тогда для концентрации $u(\rho, t)$ пораженных клеток первой фазы можно записать уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \chi \Delta u = 0, \quad (1)$$

а для второй фазы $u \equiv 0, \forall t > 0$. Здесь ρ – сферическая координата.

Условие на внешней границе:

$$u|_{\rho=a} = u_0 = \text{const}.$$

На поверхности раздела фаз $\xi = \xi(t)$ выполняется условие Стефана (материального баланса)

$$\xi(t) = \frac{u_\rho(\xi(t), t)}{A}, \quad (2)$$

где A – постоянная мощность источников поражения (зависит от физиологических и биохимических характеристик корнеплода).

В конкретном случае условие (2) имеет свой биологический смысл и при бактериальном заражении мощность источника заражения определяется по степени проникновения бактерий в тело корнеплода, удельному весу вещества корнеплода и др.

Процесс поражения корнеплода относительно медленный, влиянием границы $\rho = a$ можно пренебречь и рассматривать процесс во всем пространстве (a стремится к бесконечности).

Получим краевую задачу для неизвестных функций $u = u(\rho, t)$ и $\rho = \xi(t)$:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{2\chi}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \rho} + \chi \frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2}, \quad \xi(t) < \rho < \infty, \quad 0 < \rho < \xi(t), \quad (3)$$

при условиях непроницаемости

$$u|_{\rho=\xi(t)} = 0, \quad u|_{\rho \rightarrow \infty} = u_0, \quad u|_{\rho=0} = 0, \quad (4)$$

и задаваемого потока

$$A \frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\xi(t)}, \quad \xi(0) = 0. \quad (5)$$

Условия (4)-(5) гарантируют корректность постановки задачи Стефана (существование и единственность ее устойчивого решения). Решение уравнения, как классически принято, ищем разделяя переменные методом Фурье:

$$u(\rho, t) = y(\rho)T(t) \quad (6)$$

Это решение получается в виде

$$u(\rho, t) = \rho^{-\frac{1}{2}} (c_1 J_{\frac{1}{2}}(\sqrt{\lambda}\rho) - c_2 J_{-\frac{1}{2}}(\sqrt{\lambda}\rho)) e^{\lambda t} \quad (7)$$

где $J_{\frac{1}{2}}(\sqrt{\lambda}\rho)$ - специальная функция Бесселя I-го рода порядка $\frac{1}{2}$, c - неизвестная постоянная, λ - множитель, периодический, определяемый из уравнения для $T(t)$.

Модель типа «носитель – паразит»

Перспективное направление защиты сельхозкультуры – использование природных энтомофагов вредителей культуры. Энтомофаги – представители насекомых паразитов, хищников, например, пауков и клещей, которые охотятся на определённый вид, например, вредителей. Для этого необходимы многолетние исследования, мониторинг роли в регуляции численности основных вредителей, видового состава.

Уделяется большое внимание моделям систем типа «триотроф» («растение – субстрат – фитофаг»). Для защиты от вредителей – триотроф вида: «кормовое растение (хозяин) – вредитель – паразит». Это дает возможность отследить изменения в системе при варьировании компонентов [7-10], т.е. проводить эффективно имитационное моделирование.

Примером может быть система «эндопаразит гусениц капустной совки – вредоносная капустная совка – капуста» и ее применение для решения задачи защиты от вредителя, проведения анализа полученных результатов.

Капуста, являющаяся пищей для гусениц совки, считается равномерно распределенной. На капустном поле доминирует лишь один вид паразита совки, личинки его питаются внутри тела хозяина, умертвляя гусениц совки в конце эволюции. Масса капусты уменьшается за счет вредителя со скоростью, с которой она произрастает на поле, т.е. биомасса капусты на поле постоянная.

Используя дифференциальные уравнения модели «хищник – жертва» в проточной системе, можно написать выражение, характеризующее динамику концентрации массы капусты:

$$\frac{du}{dt} = D(u_0 - u) - xF(u, y), \quad (8)$$

где u_0 - постоянная концентрация массы капусты на капустном поле, u - переменная концентрация массы капусты на капустном поле, x - плотность популяции вредителя, D - скорость потока, доля биомассы капустного поля, обновляемая в единицу времени, $F(u, y)$ - скорость потребления капусты вредителем из расчета единицы биомассы вредителя.

Для функции $F(u, y)$ рассматривается банк различных функций, который формируется априори. Например, $F(u, y)$ со свойствами:

$$F(u, 0) = 0;$$

$$\frac{dF}{dy} > 0$$

«Банк» таких функций может включать, например, функцию $F(u,y)=\alpha u$ или $F(u,y) = (1 - e^{-\alpha y})u$, где α – идентифицируемый параметр. Важно определить объединяющую роль этого параметра, как параметра регуляции (саморегуляции).

Для устойчивого равновесия системы ее первая производная должна быть равна нулю, отсюда следует

$$D(u_0 - u) = xF(u, y),$$

или

$$u = u_0 - x \frac{F}{D}. \quad (9)$$

Анализируя соотношение (9), можно сделать вывод: концентрация массы капусты на поле будет уменьшаться в зависимости от роста плотности популяции гусениц вредителя, а также в связи с увеличением регулирующего соотношения $\frac{F}{D}$.

Учитывая, что

$$u_0 - u = K,$$

где K - потери урожая капусты или степень вредоносности гусениц вредителя, уравнение (9) может быть представлена как

$$K = x \frac{F}{D}.$$

Следовательно, коэффициент вредоносности совки капустной зависит как от числа гусениц, находящихся на отдельном органе (растении), так и от отношения $\frac{F}{D}$ (отношения скорости потребления капусты вредителем к скорости ее роста).

Как правило, это важное отношение трудно поддается точному экспериментальному определению. Используя последнюю формулу, отношение можно определить аналитически из выражения

$$\frac{F}{D} = \frac{K}{x}.$$

Зная характер изменения величины коэффициента вредоносности в зависимости от числа гусениц на одном растении, можно имитационными вычислениями при варьировании значений x , получить версии K .

Степень вредоносности гусениц совки, не зараженной паразитами, является функцией численности гусениц и имеет следующий, полуэкспериментальным методом определенный, вид:

$$K = 17,9x^{0,5} - 15,8.$$

Подставив данное выражение, получим

$$\frac{F}{D} = \frac{(17,9x^{0,5} - 15,8)}{x}$$

После подстановки значений $x=1, 2, 3, \dots, n$ в формулу, будем иметь зависимость отношения $\frac{F}{D}$ от численности популяции гусениц совки на одном растении капусты.

Общий характер полученной зависимости $\frac{F}{D} = f(x)$ приведен на рисунке (кривая 1), из которого видно, что кривая имеет максимум, равный, например, 5.1 при $x=3$.

В общем случае, полуэмпирическое уравнение прогноза (в рамках рассматриваемой территории) может быть найдено в виде:

$$y = \exp(a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_kx_k)$$

где: y – фактическая плотность особей вредителя (первого поколения) на кв.м, x_i – управляемые факторы.

Несколько подробнее о функциях F из банка. Функции для сельскохозяйственных культур подбираются полуэмпирическими и эвристическими методами, без разрывов и необходимости сглаживания, с учетом положительного роста и нулевой стационарности при нулевом векторе состояний.

Динамика эволюции патологического общего процесса – $y = f(x)$,

где y – показатель (проценты, баллы) поражения тканевой структуры растения,

f – функция развития заражения инфекционной болезнью,

x – вектор факторов, например, при патологическом процессе – скорость инфицирования, роста части (количества, объема) пораженной ткани (или органов, например, для плодовых деревьев) в единицу времени.

Для идентификации темпа развития эпифитотий важно применять, в частности, математическое моделирование, которое позволяет выявить важность патогенного фактора в процессе болезни.

Для возникновения эпифитотий, необходимы предпосылки:

1. достаточная масса, восприимчивая к болезни;
2. наличие агрессивных возбудителей болезни;
3. достаточное инфекционное начало (начальная концентрация больных органов или частей органов).

Скорость болезни, вредоносность ее зависят от внешних факторов среды, их необходимо изучить детально.

Оценка влияния патогена – задача эмпирического (полуэмпирического) моделирования.

Чтобы связать степень проникновения болезни (развития болезни растения) в краткосрочном анализе, можно оценить влияние бактерий, болезни на растение в стационарной, критической фазах.

Ниже приведена зависимость отношения скорости уничтожения капусты гусеницами капустной совки (F) к скорости роста капусты (D) от количества гусениц (N) на одном растении капусты.

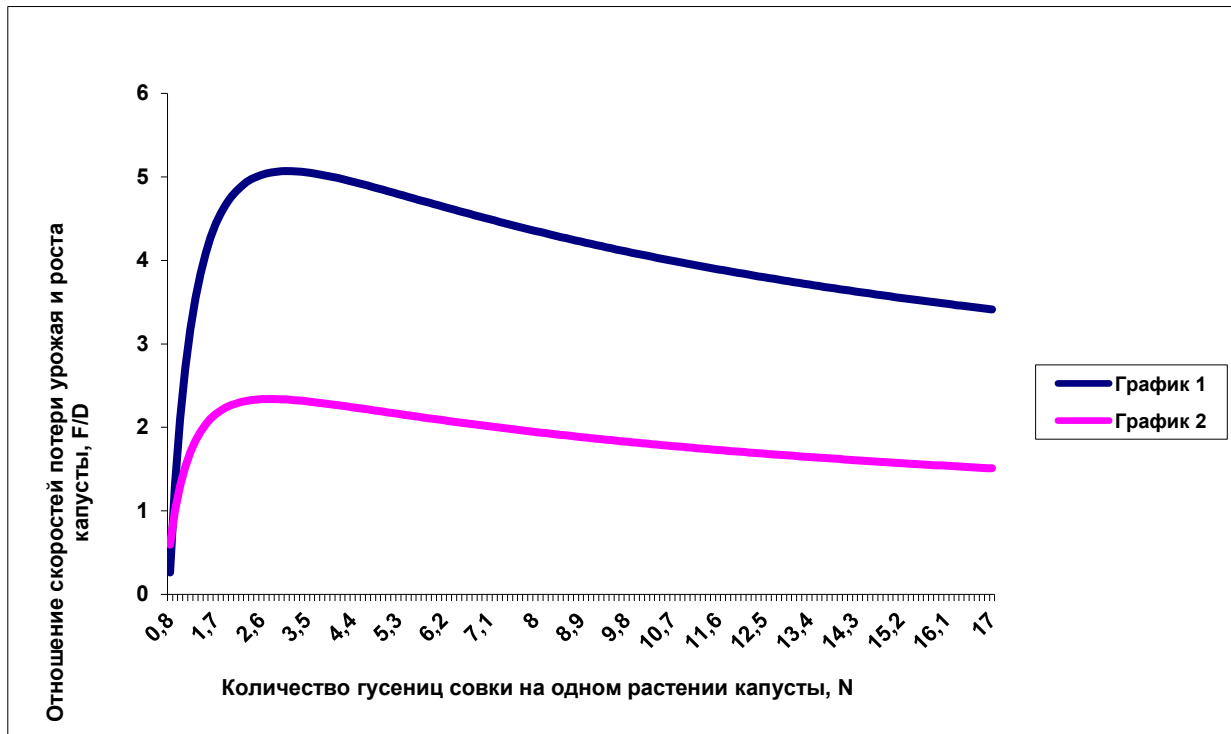


Рис.1. Зависимость скорости гибели капусты от меры гусениц на растении

Для зараженных уже гусениц совки, коэффициент вредоносности зависит от числа гусениц, находящихся на одном растении, это полуэкспериментальная зависимость имеет вид:

$$K = 7,8x^{0,5} - 6,5.$$

Подставив это выражение, получим

$$\frac{F}{D} = \frac{7,8}{\sqrt{x}} - \frac{6,5}{x}.$$

Общий вид зависимости при различных значениях x представлен на рисунке (кривой 2). Она имеет свой максимум, равный 2.4 при $x = 3$.

Используя балансовый закон, выражающий динамику плотности популяции вредителя, получим:

$$\frac{dx}{dt} = xG(x, y) - yH(u, x) - d_1x - Dx,$$

где y – плотность популяции паразита, $G(x, y)$ – скорость размножения вредителя, $H(u, x)$ – скорость омертвления паразитом гусениц вредителя, d_1 – естественная смертность вредителя.

Устойчивое состояние системы определяется соотношением:

$$xG(u, y) = x(D + d_1) + yH(u, x),$$

откуда

$$y = x \frac{G(u, y) - D - d_1}{H(u, x)}.$$

Используя уравнение динамики плотности популяции паразита,

$$\frac{dy}{dt} = yJ(u, x) - d_2y - Dy,$$

где $J(u, x)$ – скорость размножения, d_2 – скорость смертности, для случая равновесия системы получим

$$yJ(u, x) = y(D + d_2)$$

или

$$J(u, x) = D + d_2.$$

Так как $D \gg d_2$, то есть скорость обновления капустного поля намного больше скорости естественной смертности паразита, уравнение приобретает вид

$$J(u, x) = D,$$

скорость размножения паразита будет равна скорости обновления капустного поля.

Подставив выражение D в уравнение, при $D \gg d_1$, получим

$$y = x \frac{G(x, y) - J(u, x)}{H(u, x)}.$$

Как видно из этого уравнения, численность популяции паразита будет прямо пропорциональна плотности гусениц капустной совки и разности между скоростями размножения бабочек совки и ее паразита, обратно пропорциональна скорости омертвления паразитом гусениц вредителя.

Общие математические модели при более общих предположениях могут быть малоценными для использования местных природных энтомофагов [11-12].

Использование других моделей класса «хищник-жертва» [2, 16] – возможно и необходимо.

Моделирование процесса «заболевание-выздоровление»

Рассмотрим изолированную систему: n растений, из которых x – здоровые объекты, y – заболевшие растения, $n = x + y$. Динамика течения болезни растений описывается уравнениями:

$$\frac{dx}{dt} = c[dy(t) + ay(t)/n] - z[(1-b)x(t)y(t)]/[x(t) + (1-b)y(t)], x(t_0) = x_0,$$

$$\frac{dy}{dt} = -c[dy(t) + ay(t)/n] + z[(1-b)x(t)y(t)]/[x(t) + (1-b)y(t)], y(t_0) = y_0,$$

где t – время моделирования, $t_0 \leq t \leq T$, z – частота заражения, d – доля обнаруженных в посадке и вылечиваемых, a – число растений, обследуемых за единицу времени, b – эффективность стратегии охраны растений, которую можно полагать равной $b = c(d + a/n)$, c – эффективность стратегии осмотра, обслуживания (неизвестный параметр, необходимо идентифицировать).

Алгоритм реализуется методом наименьших квадратов:

$$S = S(a_1, \dots, a_m) = \sum_{i=1}^n (Y_i - y_i)^2 = \sum_{i=1}^n [\varphi(x_i, a_1, \dots, a_m) - y_i]^2.$$

Параметры a_1, \dots, a_m найдем из критерия минимальности квадратичной ошибки аппроксимации:

$$\frac{dS}{da_k} = 2 \sum_{k=1}^n (\varphi(x_i, a_1, \dots, a_m) - y_i) \frac{\partial}{\partial a_k} \varphi(x_i, a_1, \dots, a_m) = 0.$$

В результате получаем нормальную систему m уравнений для определения m неизвестных параметров a_1, \dots, a_m .

Решая данную систему, находим неизвестные параметры.

Общая оптимизационная модель управления урожаем

Задача оптимального управления урожаем сельскохозяйственной культуры в общей постановке сводится к оптимизации дискретных процессов, нахождению последовательности

$$U_{ij}(t) = \{U_{ij}(0), \dots, U_{ij}(t)\},$$

удовлетворяющей ограничениям

$$U_{ij}(t) \in U_t,$$

соответствующим состояниям культуры, определяемым по соотношениям

$$x_i(t+1) = f_i(x_i(t), U_{ij}(t), V_{ik}(t), t)$$

с начальными состояниями

$$x_i(0) = \alpha_i.$$

Ищется траектория $X_i(t) = \{x_i(0), \dots, x_i(t)\}$, удовлетворяющая ограничениям

$$g_i(x_i(t), U_{ij}(t), V_{ik}(t), t) \geq 0$$

при

$$k = 1, 2, \dots, m_i; \quad t = 0, 1, \dots, T-1; \quad i = 1, 2, \dots, \mu(t); \quad j = 1, 2, \dots, V(t),$$

и оптимизирующая показатель качества управления

$$J = \Phi(x(T)) \rightarrow \max.$$

Функционал соответствует максимизации конечного состояния системы путем оптимизации промежуточных управляемых параметров системы. Здесь t – шаг прогнозирования и оптимизации (фазы), T – конечная фаза, $U_{ij}(t)$ – управляемые, $V_{ik}(t)$ – неуправляемые параметры (например, метеорологические факторы).

Если априори считать, что неуправляемые параметры известны, то получим показатели формирования урожая, формируемые под воздействием регулирования отклонений расчетных значений состояния неуправляемых параметров $U_{ij}(t)$ от фактических, «новых» управляющих воздействий на оставшиеся отрезки времени (фазы развития).

Выработка управляющих воздействий может быть методом случайного или направленного поиска.

Популяции сельскохозяйственных вредителей в общем виде воздействуют на культуры по законам вида:

$$\varphi_m f_m(x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{mn}),$$

где m – вид вредителя.

Прогнозируемые параметры φ , например, численность (плотность) вредителей, размеры зараженных площадей под культурами, даты появления вредителей и т.д. Применим метод ГУА (группового учета аргументов) [13-14], который искомую зависимость заменяет набором «частных описаний», являющихся функциями лишь двух аргументов.

Коэффициенты таких описаний определяются по обучающей последовательности, например, методом наименьших квадратов. При этом имеющиеся данные разделяются на обучающую и проверочную выборки. По обучающей идентифицируем параметры, по проверочной – убеждаемся (на новых данных) в релевантности параметров (самой модели). Далее можно применять и совершенствовать модель.

Проверка осуществляется по минимуму остаточной среднеквадратической ошибки на отдельной проверочной выборке:

$$\sigma_{np}^2 = \frac{1}{N_{np}} \sum_{i=1}^{N_{np}} (\varphi_i - \varphi_i^*)^2,$$

где φ_i, φ_i^* - действительные и расчетные значения функций соответственно в i -ой точке; N_{np} - число аргументов проверочной выборки.

Вначале выясняют, есть тенденция изменения заболеваемости или ее нет? В рассматриваемых задачах заболеваемость зависит и от погоды, и от случайных флуктуаций в окружающей среде. Можно для проверки гипотезы тенденции (ее отсутствия-наличия) применять различные критерии, например, критерий Аббе проверки гипотезы равенства средних значений, в частности, численности невосприимчивых к болезни растений по модели типа «заболевание-выздоровление».

Необходим анализ чувствительности моделей к вариации идентифицируемых параметров, чтобы организовать эффективную борьбу с болезнью.

Алгоритмы и программы моделирования

Вернемся к постановке первой задачи – модели заболеваний корнеплодов растений на основе уравнения (1).

Допущения (гипотезы) для дальнейшего рассмотрения модели, моделирования:

1. корнеплод поражается лишь одним видом возбудителя;
2. корнеплод имеет форму сферы (шара);
3. выделяются две фазы – здоровые клетки и полностью пораженные клетки;
4. корнеплод считается созревшим;
5. влиянием внешней границы можно пренебречь;
6. корнеплод поражается из центра, далее заражение распространяется одинаково по всем направлениям (радиусам сферы).

Тогда процесс поражения описывается уравнением

$$\frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - \frac{1}{k} \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

с условиями

$$u|_{r \leq \xi(t)} = 0, \quad u|_{r \rightarrow \infty} = l, \quad \xi(0) = 0, \quad a \frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=\xi(t)},$$

где a, l, k - известные постоянные.

Опираясь на функцию

$$\Psi(r,t) = \frac{(kt)^{1/2}}{r} \exp\left(-\frac{r^2}{4kt}\right) - \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Phi^*\left(\frac{r}{2(kt)^{1/2}}\right)$$

где

$$\Phi^*(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-z^2) dz,$$

далее решение задачи ищется в виде

$$u(r,t) = l - c\Psi,$$

$$\xi(t) = 2x(kt)^{1/2},$$

где c, x - пока неизвестные постоянные.

Подставляя u и ξ в условия, получим систему уравнений для c и x :

$$c = 4x^3 ka \exp(x^2)$$

$$\sqrt{\pi} x^3 \exp(x^2) \Phi^*(x) - x^2 + \frac{l}{2ak} = 0.$$

Используем метод Ньютона. Далее рассмотрим уравнение:

$$a\lambda = ce^{-\lambda^2} \left(1 + \frac{1}{4\lambda^2}\right).$$

Помножаем обе части на $4\lambda^2$, получаем $4a\lambda^3 = ce^{-\lambda^2}(4\lambda^2 + 1)$. Получили уравнение

$$f(\lambda) = ce^{-\lambda^2}(4\lambda^2 + 1) - 4a\lambda^3.$$

Дифференцируя это уравнение по λ , имеем

$$f'(\lambda) = -2\lambda ce^{-\lambda^2}(4\lambda^2 + 1) + 4\lambda ce^{-\lambda^2} - 12a\lambda^2 = 2\lambda ce^{-\lambda^2}(4\lambda^2 + 1) - 12a\lambda^2.$$

Задается начальное приближение λ_0 , тогда по методу Ньютона получаем сходящийся итерационный процесс

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k - \frac{f(\lambda_k)}{f'(\lambda_k)},$$

где

$$f(\lambda) = ce^{-\lambda^2}(4\lambda^2 + 1) - 4a\lambda^3,$$

$$f'(\lambda) = 2\lambda ce^{-\lambda^2}(4\lambda^2 + 1) - 12a\lambda^2,$$

и $k = 1, 2, \dots$

Процесс моделирования продолжается, пока $|f(\lambda_{k+1})| \leq \varepsilon$ где ε - точность вычисления результата (адекватности моделирования).

Программа моделирования на Паскале имеет нижеследующий вид.

```

program modell;
Uses crt;
Var l,k, a,x,eps,m,i,i1:real;
function ff1(x:real):real;
Var i:integer;h,x1,s:real;
begin
h:=x/1000;s:=0;
```

```

for i:=1 to 10000 do
s:=s+h*(exp(-sqr((i-1)*h))+4*exp(-sqr((i-1/2)*h))+exp(-sqr(i*h)))/6;
ff1:=s;
end;
function ff2(x:real):real;
begin ff2:=2*x*exp(sqr(x))*x*x*(0.5*sqr(pi)-f1(x))+0.5/(a*k)-sqr(x);end;
function ff3(x:real):real;
begin
ff3:= 2*(-x*(x*x-1)+(1.5*sqr(pi)*sqr(x)*exp(sqr(x))+ sqrt(pi)*sqr(sqr(x))*exp(sqr(x))-
(x*x+4*sqr(sqr(x)))*exp(sqr(x))*f1(x));end;
begin
clrscr;write('Ввести l=');readln(l);write('Ввести a=:');readln(a);
write('Ввести k='); readln(k); write('Ввести эпсилон=');readln(eps);
i:=0;while(ff2(i)>0)do begin i1:=i;i:=i+0.2;end; x:=i1;m:=eps+1;
while(abs(m)>eps)do begin m:=ff2(x)/ff3(x);x:=x-m;end;
writeln('Значение x=',x:9:5); writeln('f(',x:9:5,')=', Значение f2(x):9:5);x1:=x*x;
writeln('Значение c=',4*x1*x*k*a*exp(sqr(x)):9:5);readkey;
End.

```

Приведем результаты тестовых расчетов.

Тест 1. Заданные значения и полученные результаты: $l=1$, $k=1$, $a=1$, $\varepsilon=0.000001$, $x=0.70711$, $f(0.70711)=0$, $c=2.33164$.

Тест 2. Заданные значения и полученные результаты: $l=1.4$, $k=2.5$, $a=3.2$, $\varepsilon=0.0000001$, $x=0.25002$, $f(0.25002)=0$, $c=0.53241$.

Тест 3: Заданные значения и полученные результаты: $l=1.001$, $k=1.00035$, $a=0.9995$, $\varepsilon=0.000001$, $x=0.70716$, $f(0.70716)=0$, $c=2.33199$.

Программа для моделирования второй задачи имеет нижеследующий вид.

```

Program model2;
Uses Crt;
var A,C,Eps,x0:Real; n:LongInt;
function F(lambd: real):Real;
begin
F:=c*exp(-sqr(lambd))*(4*sqr(lambd)+1)-4*lambd*lambd*lambd*A;
end;
function FShtr(lambd:real):Real;
begin
FShtr:=2*Lambd*c*exp(-sqr(lambd))*(4*sqr(lambd)+1)-12*A*sqr(lambd);
end;
begin
clrscr;write('Значение A=');readln(A);write('Значение C=');readln(C);
write('Значение x0=');readln(x0);write('Значение Eps=');readln(Eps);
n:=0;while(abs(F(x0))>Eps)do begin x0:=x0-F(x0)/FShtr(x0);n:=n+1; end;
writeln('Получен результат',x0:3:5);writeln('f(',x0:3:5,')=',f(x0):8:5);
writeln('Количество итераций равно ',n);Readln;
end.

```

Результаты тестирования приведены ниже.

Тест 1. Заданные значения и полученные результаты: $A=-0.45172$, $c=-0.45217$, $\lambda_0=0.356$ (начальное), $\varepsilon=0.000001$, $\lambda_0=0.77591$, $f(0.77591)=0$, количество итераций равно 24.

Тест 2. Заданные значения и полученные результаты: $A=12.36542$, $c=3.65478$, $\lambda_0=7.365$ (начальное), $\varepsilon=0.00000001$, $\lambda_0=0.48376$, $f(0.48376)=0$, количество итераций равно 12.

Тест 3. Заданные значения и полученные результаты: $A=1.00099$, $c=1.00235$, $\lambda_0=1.024$ (начальное), $\varepsilon=0.000001$, $\lambda_0=0.77601$, $f(0.77601)=0$, количество итераций равно 22.

Рассмотрим теперь третью модель (класса «заболевание-выздоровление»).

Алгоритм моделирования, как сказано выше, базируется на методе наименьших квадратов и реализуется последовательно следующими шагами.

Шаг 1. Ввод исходной информации: n , z , d , a , массивы f_i и g_i - экспериментальные значения количества здоровых и больных растений.

Шаг 2. Нахождение неизвестного параметра c . Для этого находим динамику течения болезни в дискретные моменты времени:

$$x_{i+1} = x_i + c[dy_i + ay_i/n] - z[(1-b)x_i y_i]/[x_i + (1-b)y_i], x_0 = \nu,$$

$$y_{i+1} = y_i - c[dy_i + ay_i/n] + z[(1-b)x_i y_i]/[x_i + (1-b)y_i], y_0 = \omega,$$

где ν и ω - заданные начальные значения количества здоровых и больных растений, $i = \overline{0, n-1}$.

Аппроксимирующая функция:

$$f(c) = x_{i+1} - x_i + c[dy_i + ay_i/n] - z[(1-b)x_i y_i]/[x_i + (1-b)y_i],$$

$$g(c) = y_{i+1} - y_i - c[dy_i + ay_i/n] + z[(1-b)x_i y_i]/[x_i + (1-b)y_i].$$

Используем критерий адекватности модели:

$$F(c) = \sum_{i=1}^n (f(c) - f_i)^2 + \sum_{i=1}^n (g(c) - g_i)^2.$$

Неизвестный параметр c найдем из условия минимума ошибки аппроксимации:

$$\frac{dF}{dc} = 2 \sum_{i=1}^n (f(c) - f_i) f'(c) + 2 \sum_{i=1}^n (g(c) - g_i) g'(c) = 0.$$

Найдем $f'(c)$ и $g'(c)$. Обозначив

$$e = d + \frac{a}{x_i + y_i},$$

получим выражения для производных:

$$f'(c) = -ey_i + z \frac{ex_i y_i [x_i + (1-ce)y_i] + ey_i (1-ce)x_i y_i}{x_i + (1-ce)y_i},$$

$$g'(c) = ey_i - z \frac{ex_i y_i [x_i + (1-ce)y_i] + ey_i (1-ce)x_i y_i}{x_i + (1-ce)y_i} = -f'(c),$$

т.е.

$$g'(c) = -f'(c).$$

Следовательно,

$$\frac{dF}{dc} = 2\sum_{i=1}^n (f(c) - f_i) f'(c) - 2\sum_{i=1}^n (g(c) - g_i) f'(c) = 0,$$

$$2\sum_{i=1}^n (f(c) - f_i) f'(c) - 2\sum_{i=1}^n (g(c) - g_i) f'(c) = 0,$$

$$2f'(c) \left[\sum_{i=1}^n (f(c) - f_i) - \sum_{i=1}^n (g(c) - g_i) \right] = 0.$$

В результате получили уравнение для определения неизвестного параметра c - эффективности медицинского обслуживания:

$$\sum_{i=1}^n (f(c) - f_i) - \sum_{i=1}^n (g(c) - g_i) = 0$$

Решим это уравнение, которое можно записать в виде:

$$2(ce)^2 \sum_{i=1}^n y_i^2 + ce \sum_{i=1}^n (-2zx_i y_i - x_i y_i - x_{i+1} y_i - 3y_i^2 + f_i y_i + y_{i+1} y_i - g_i y_i) + \sum_{i=1}^n (2zx_i y_i + x_{i+1} x_i - x_i^2 - f_i x_i - y_{i+1} x_i + g_i x_i + x_{i+1} y_i - f_i y_i - y_{i+1} y_i + y_i^2 + g_i y_i) = 0,$$

где

$$e = d + \frac{a}{x_i + y_i}, \quad i = \overline{0, n-1}.$$

Запишем последнее уравнение в виде

$$Kc^2 + Lc + M = 0,$$

где параметры квадратного уравнения записываемы в виде:

$$K = 2e^2 \sum_{i=1}^n y_i^2;$$

$$L = e \sum_{i=1}^n (-2zx_i y_i - x_i y_i - x_{i+1} y_i - 3y_i^2 + f_i y_i + y_{i+1} y_i - g_i y_i);$$

$$M = \sum_{i=1}^n (2zx_i y_i + x_{i+1} x_i - x_i^2 - f_i x_i - y_{i+1} x_i + g_i x_i + x_{i+1} y_i - f_i y_i - y_{i+1} y_i + y_i^2 + g_i y_i)$$

Решая полученное квадратное уравнение, находим неизвестный параметр c . Если $D < 0$, то действительных корней нет, если $D = 0$, то $c = L/(2K)$, если $D > 0$, то - два корня

$$c_{1,2} = \frac{-L \pm \sqrt{D}}{2K}.$$

Шаг 3. Использование идентифицированного параметра c для планирования и прогнозирования посадок (проверочный этап).

Программа моделирования написана на языке в среде Pascal+Delphi, результат имитационного моделирования по ней приведен ниже.

Тест 1. Были заданы значения параметров и получены результаты: $x=\{2, 3, 5\}$, $y=\{7, 6, 2\}$, $g=\{8, 3, 4\}$, $f=\{2, 4, 6\}$, эффективность $c_1=0.39546$, $c_2=0.18535$ (есть два корня уравнения).

Заключение

Модели численности популяций вредителя и паразита, могут быть использованы для исследования любой биолого–экологической системы типа «вредитель–паразит» при выращивании сельскохозяйственных культур с учетом влияния местных природных энтомофагов.

Важны при развитии болезни биологические и сортовые особенности рассматриваемого растения-хозяина: засухоустойчивость, скороспелость, устойчивость к болезням и способность к излечению (иммунная устойчивость).

С увеличением сложности регулярных переменных увеличивается сложность модели. Реализация математических моделей позволит планомерно воздействовать на основные параметры. Применение достаточно точных математических методов, эффективного и гибкого обеспечения, адекватных моделей, эффективных способов мониторинга могут привести к большему эффекту для простых моделей, чем рассмотрение сложных и громоздких, учитывающих большой набор параметров, а, следовательно, связанных с большими трудностями при идентификации моделей. Более простые модели позволяют синтезировать общую модель.

Поиск математических моделей биосистем, адекватно отражающих их внутренние свойства и (или) адекватно решающих прикладные задачи, представляет творческий процесс. Этот процесс в настоящее время наилучшим способом может быть обеспечен интерактивным компьютерным моделированием. Именно этот режим синтеза модели позволяет проводить коррекцию процедуры синтеза структуры и параметров модели за счет введения в алгоритмы синтеза условий и критериев биологической идентификации.

Повысить достоверность имитационного прогноза можно качеством мониторинга, длительного наблюдения за распространением вредных объектов, очагов при различных погодно-климатических и биотических факторов вредителя. Кроме мониторинга необходимы и лабораторные исследования.

Рекомендуются ГИС-технологии 3D-моделирования динамики распространения вредителей и картирование соответствующих зон опасности (безопасности).

Возникновение слабого звена в системе возможно из-за сложности анализа (учета) всех воздействий, всех факторов, особенно стохастических, многокритериальность выбора. Поэтому моделирование (особенно, ситуационное) и прогнозирование объема и роста вредителей и последствий их деятельности – актуальная проблема современного АПК, всей науки.

Литература

- [1]. Агроэкологический атлас РФ и сопредельных стран: экономически значимые растения, вредители, болезни и сорные растения, <http://www.agroatlas.ru> (доступ 09.06.2016).
- [2]. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. М.: Наука, 1976.
- [3]. Франс Д., Торнли Д. Математические модели в сельском хозяйстве. М.: Мир, 1987.
- [4]. Методы математической биологии. Под ред. А.Б.Котовой. -Киев, 1982.
- [5]. Zudema G, Borm G, Alcamo J. Simulating Changes in Global Land Cover as Affected by Economic a Climatic Factors./Water, Air and Soil pollution, 1994, v.76, N1-2.-pp.163-198.

- [6]. Рубинштейн Л.И. Проблема Стефана.–Рига:Звайгзне,1967.
- [7]. Панфилов А.Э. Общая и сельскохозяйственная фитопатология.Под ред. Ю.С. Ларионова.– Челябинск, ЧГАУ,2000.–142 с.
- [8]. Баздырев Г.И., Третьяков Н.Н., Белошاپкина О.О. Интегрированная защита растений от вредных организмов. Учебное пособие.-М.:ИНФРА-М, 2014.-302 с.
- [9]. Глинушкин А.П., Самотаев А.А, Белошاپкина О.О.Прогностические математические модели зависимости продуктивности пшеницы от пораженности болезнями/Вестник ОрелГАУ,2015,№2(53).
- [10]. Шапиро И. Д., Вилкова Н. А., Новожилов К. В. И др. – В кн.: Вопросы экологической физиологии насекомых и проблем защиты растений.-Л.:Наука,1979.
- [11]. Хакимьянова А.Т. Болезни листьев и корнеплодов сахарной свеклы. Novinfo.ru, Сельскохозяйственные науки, №44-2 (22.04.2016), <http://novainfo.ru/article/5433> (доступ 11.06.2016).
- [12]. Гельдиев С.А., Зияходжаев М.З., Рахимов Н.Х. Моделирование процессов прогнозирования урожая и управления им.–РАСУ,1978,вып.15.
- [13]. Ивахненко А.Г., Зайченко Ю.П., Димитров В.Д. Принятие решений на основе самоорганизации.–М.:Сов.Радио.-1976.
- [14]. Яхьяев Х.К. Алгоритм и программа метода группового учета аргументов, основанный на принципе самоорганизации.–Алгоритмы, вып.34,1978.
- [15]. Алимгафаров Р.Р.Влияние сортовых особенностей на технологические качества корнеплодов сахарной свеклы в условиях южной лесостепи Республики Башкортостан/Вестник Башкирского ГАУ.–2011,№3.–с.5-12.
- [16]. Динамические модели в биологии. Кафедра биофизики МГУ, <http://www.dmb.biophys.msu.ru/registry?article=99>
- [17]. Солошенко Р.В. Разработка концептуальной модели эффективного функционирования свеклосахарного комплекса АПК российской федерации на основе системно-синергетического подхода/Вестник Курской ГСА,вып.7,2012.
- [18]. Ризниченко Г.Ю., Рубин А.Б. Математические модели биологических продукционных процессов.-М.:МГУ,1988.
- [19]. Левитин М.М.Защита растений от болезней при глобальном потеплении/Защита и карантин растений-2012,№8,с.16-17.
- [20]. Серапионов Д.А, Фролов А.Н. Эффективность природной популяции трихограммы против кукурузного мотылька/Защита и карантин растений,2008,№2,с.63-64.
- [21]. Сергеев Г.Е, Серапионов Д.А, Фролов А.Н. Методы итерационной линеаризации и корреляционной оптимизации в моделировании динамики численности насекомых/Информационные системы диагностики, мониторинга, прогноза важнейших сорных растений, вредителей и болезней сельхозкультур:Матер. межд. конф.(СПб–Пушкин, май),2008,с.90-92.
- [22]. Васильев С.В, Поляков И.Я, Сергеев Г.Е.Теория и методы использования математического моделирования и ЭВМ в защите растений./Труды ВИЗР,1973,39,с.61.
- [23]. Бойко А.П. // ПОДХОДЫ К ОБОСНОВАНИЮ ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЫ ПРИ РАЗВИТИИ ЭПИФИТОТИИ НА ПОСЕВАХ ОЗИМОЙ ПШЕНИЦЫ // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2016. № 118. С. 1576-1586.
- [24]. Колубако А.В., Бадалян О.А., Николайчик Е.А. // ИСПОЛЬЗОВАНИЕ SOLANUM BULBOCASTANUM ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ МЕЖДУ ПАТОГЕНОМ PECTOBACTERIUM CAROTOVORUM И РАСТЕНИЕМ-ХОЗЯИНОМ // Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Серыя біялагічных навук. 2016. № 2. С. 95-100.
- [25]. Sokolova, T. (2017). SYSTEM ANALYSIS OF ECOLOGICAL-ECONOMIC AND INFORMATION HIERARCHICAL STRUCTURES. Internet Science, 0 (5). Retrieved from <https://internetnauka.ru/index.php/journal/article/view/158>

References

- [1]. Agroecological atlas of the Russian Federation and neighboring countries: economically significant plants, pests, diseases and weeds, <http://www.agroatlas.ru> (access 09.06.2016).
- [2]. Volterra V. Mathematical theory of struggle for existence. М.: Nauka, 1976.
- [3]. Frans D., Thornley D. Mathematical models in agriculture. М.: Mir, 1987.
- [4]. Methods of mathematical biology. А.В.Котовой.-Киев, 1982.
- [5]. Zudema G, Borm G, Alcamo J. Simulating Changes in Global Land Cover as Affected by Economic a Climatic Factors./ Water, Air and Soil pollution, 1994, v.76, N1-2.-pp.163-198.
- [6]. Rubinshtein LI The problem of Stefan.-Riga: Zvaygzne, 1967.
- [7]. Panfilov A.E. General and agricultural phytopathology. Ed. Yu.S. Larionov.-Chelyabinsk, ChGAU, 2000.-142 p.
- [8]. Bazdyrev GI, Tretyakov NN, Beloshapkina OO Integrated protection of plants from harmful organisms. Teaching aid. -М.: INFRA-M, 2014.-302 p.

- [9]. Glinushkin A.P., Samotaev A.A., Beloshapkina O. Prognostic mathematical models of dependence of wheat productivity on disease affection / Vestnik OrelGaU, 2015, No.2 (53).
- [10]. Shapiro I.D., Vilkova N.A., Novozhilov K.V. and others - In: Ecological physiology of insects and plant protection problems.-L.: Nauka, 1979.
- [11]. Khakimyanova AT Diseases of the leaves and root crops of sugar beet. Novinfo.ru, Agricultural Sciences, №44-2 (04/22/2016), <http://novainfo.ru/article/5433> (access 11/06/2016).
- [12]. Geldiev SA, Ziyahodzhaev MZ, Rakhimov N.Kh. Modeling of the processes of crop forecasting and management.-RASU, 1978, no.15.
- [13]. Ivakhnenko AG, Zaichenko Yu.P., Dimitrov V.D. Decision-making on the basis of self-organization. -M.: Sov.Radio.-1976.
- [14]. Yakhyaev H.K. Algorithm and program of the method of group accounting of arguments, based on the principle of self-organization. -Algorithms, no.34, 1978.
- [15]. Alimgafarov RV The influence of varietal features on technological qualities of sugar beet roots in the conditions of the southern forest-steppe of the Republic of Bashkortostan / Vestnik of the Bashkir State University of Agriculture.-2011, №3.-p.5-12.
- [16]. Dynamic models in biology. Department of Biophysics, Moscow State University, <http://www.dmb.biophys.msu.ru/registry?article=99>
- [17]. Soloshenko R.V. Development of a conceptual model of the effective functioning of the beet-sugar complex of the agro-industrial complex of the Russian Federation on the basis of the system-synergetic approach / Bulletin of the Kursk GAW, issue 7,2012.
- [18]. Ryznichenko G.Yu., Rubin A.B. Mathematical models of biological production processes.-M: MGU, 1988.
- [19]. Levitin, MM, Plant Protection from Diseases in Global Warming / Plant Protection and Quarantine-2012, No. 8, p.16-17.
- [20]. Serapionov DA, Frolov AN Efficiency of natural population of Trichogram against corn moth / Protection and quarantine of plants, 2008, №2, p.63-64.
- [21]. Sergeev G.E., Serapionov DA, Frolov A.N. Methods of iterative linearization and correlation optimization in modeling the dynamics of the number of insects / Information systems for diagnosis, monitoring, prediction of important weed plants, pests and diseases of crops: Mater. Intl. (SPb-Pushkin, May), 2008, pp. 90-92.
- [22]. Vasiliev SV, Polyakov I.Ya., Sergeev TE Theory and methods of using mathematical modeling and computers in plant protection. / Proceedings of VIZR, 1973, 39, p.61.
- [23]. Boyko A.P. // APPROACHES TO JUSTIFICATION OF THE EXPERT SYSTEM IN DEVELOPMENT OF EPIPHYTHETICS AT WINTER WHEAT SOWS // Polytematic network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University. 2016. No. 118. P. 1576-1586.
- [24]. Kolubako AV, Badalyan OA, Nikolaychik EA // USE OF SOLANUM BULBOCASTANUM FOR MODELING INTERACTIONS BETWEEN THE PATHOGEN OF PECTOBACTERIUM CAROTOVORUM AND THE PLANT-HOSPITAL // Vesci Natsyyanalnaya Akademii Navuk Belarus. Gray бiялагiчных навук. 2016. № 2. P. 95-100.
- [25]. Sokolova, T. (2017). SYSTEM ANALYSIS OF ECOLOGICAL-ECONOMIC AND INFORMATION HIERARCHICAL STRUCTURES. Internet Science, 0 (5). Retrieved from <https://internetnauka.ru/index.php/journal/article/view/158>